

高2数学B 媒介変数表示と極座標(4)

(4) 媒介変数で表された様々な曲線

これまで、直線や、円などの2次曲線が媒介変数で表されることを学習した。それ以外にも様々な曲線があり、それを媒介変数表示で考えてみる。

(i) サイクロイドとその延長でとらえるトロコイド(1.,2.,3)

$$\begin{cases} x = at - b \sin t \\ y = a - b \cos t \end{cases}$$

(1.(サイクロイド),2.,3.はそれぞれ $(a, b) = (1, 1), (1, 1.5), (1, 0.5)$ のときである)

(ii) カージオイド, エピサイクロイド(外サイクロイド)(4.,5.)

$$\begin{cases} x = (a+1) \cos t - \cos(a+1)t \\ y = (a+1) \sin t - \sin(a+1)t \end{cases}$$

(4.は $a = 1$ (カージオイド), 5.は $a = 2$ である)

(iii) ハイポサイクロイド(内サイクロイド)(6.,7.)

$$\begin{cases} x = (a-1) \cos t + \cos(a-1)t \\ y = (a-1) \sin t - \sin(a-1)t \end{cases}$$

(6.は $a = 3$ (デルトイド), 7.は $a = 4$ (アステロイド) である)

(iv) レムニスケート, リサージュ図形(8.,9.,10.)

$$\begin{cases} x = \sin at \\ y = \sin bt \end{cases}$$

(8.(レムニスケート),9.,10.はそれぞれ $(a, b) = (1, 2), (2, 3), (3, 5)$ のときである)

(v) インヴォリュート(11.)

$$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$$

(vi) 渦巻き線(12.)

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$