

極座標  $(r, \theta)$  を 直交座標  $(x, y)$  に直すためには、 $x=r \cos \theta, y=r \sin \theta$  として、 $(r, \theta)$  の値の組を代入すればよい。そこで、下のように  $((x, y) = f(r, \theta))$  を定義する。

```
f[r_, theta_] := {r Cos[theta], r Sin[theta]}
```

すると、下のように、 $r \geq 0$  で任意の  $\theta$  に対して、 $(x, y)$  を求めることができる。

```
f[3, 2 / 3 Pi]
```

```
{-3/2, 3*sqrt(3)/2}
```

```
f[4, -5 / 2 Pi]
```

```
{0, -4}
```

今度は逆に直交座標  $(x, y)$  を 極座標  $(r, \theta)$  に直すため、 $x=r \cos \theta, y=r \sin \theta$  としてこの連立方程式を解く。

```
Solve[{r Cos[theta] == -3 / 2, r Sin[theta] == 3 Sqrt[3] / 2}, {r, theta}]
```

Solve の逆関数が Solve で使われているため、求められない解がある可能性があります。

解の詳細情報には Reduce をお使いください。

```
{{r -> -3, theta -> -Pi/3}, {r -> 3, theta -> 2 Pi/3}}
```

すると、逆関数を使って解を求めているので、解が1つに定まらないというエラーメッセージ(上の Solve::ifun で始まる部分)とともに Mathematica が求めた解(の一部)が出てくる。Mathematica は、 $r^2=3$  という方程式を解くことにより、 $r=\pm\sqrt{3}$  とし、それぞれの  $r$  に対して  $\theta$  を求めるのに三角関数の逆関数を使い、 $\theta=\frac{\pi}{3}$  と求めている。 $r=-\sqrt{3}$  のときも同様にして、 $\theta=-\frac{\pi}{3}$  と求めている。これでは、値が1つに定まっておらず、極座標  $(r, \theta)$  の組が定まらない。

そこで、これを解決するために、 $r \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$  という条件を加えて解を求める。

```
Solve[r Cos[theta] == -3 / 2 && r Sin[theta] == 3 Sqrt[3] / 2 && r >= 0 && 0 <= theta < 2 Pi, {r, theta}]
```

```
{{r -> 3, theta -> 2 Pi/3}}
```

すると、 $(r, \theta)$  の組が  $(r, \theta) = (3, \frac{\pi}{3})$  と一意的に定まることが分かる。上の式の「&&」は「かつ」という意味である。また、「 $\geq$ 」や「 $\leq$ 」と、以上や以下の記号の不等号の下が一本になっている。Mathematica を開発した国がアメリカであり、アメリカでは「 $\geq$ 」や「 $\leq$ 」を使っていることから、このように表示される。これらの記号は「 $>=$ 」、 「 $<=$ 」と入力すると、ソフトが自動的に変換する。同様に、オプションを示す「 $\rightarrow$ 」も、「 $->$ 」と入力すると、自動的に変換する。

余談だが、 $\theta$  の範囲を  $2\pi \leq \theta < 4\pi$  や  $r$  の範囲を  $r < 0$  とすれば、Mathematica は対応する範囲で解を求める。

```
Solve[r Cos[theta] == -3 / 2 && r Sin[theta] == 3 Sqrt[3] / 2 && r >= 0 && 2 Pi <= theta < 4 Pi, {r, theta}]
```

```
{{r -> 3, theta -> 8 Pi/3}}
```

```
Solve[r Cos[theta] == -3 / 2 && r Sin[theta] == 3 Sqrt[3] / 2 && r < 0 && 0 <= theta < 2 Pi, {r, theta}]
```

```
{{r -> -3, theta -> 5 Pi/3}}
```